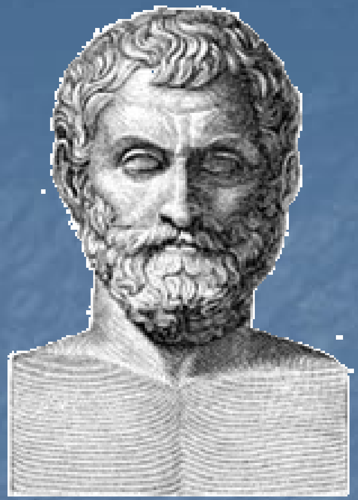
TWIERDZENIE TALESA

materiały ZS1 Kwidzyn



TALES Z MILETU 624-547 r. p.n.e.

Twórca jednego z podstawowych twierdzeń geometrii euklidesowej.

Filozof grecki. Tales dał podstawy geometrii, wprowadzając szereg pojęć:

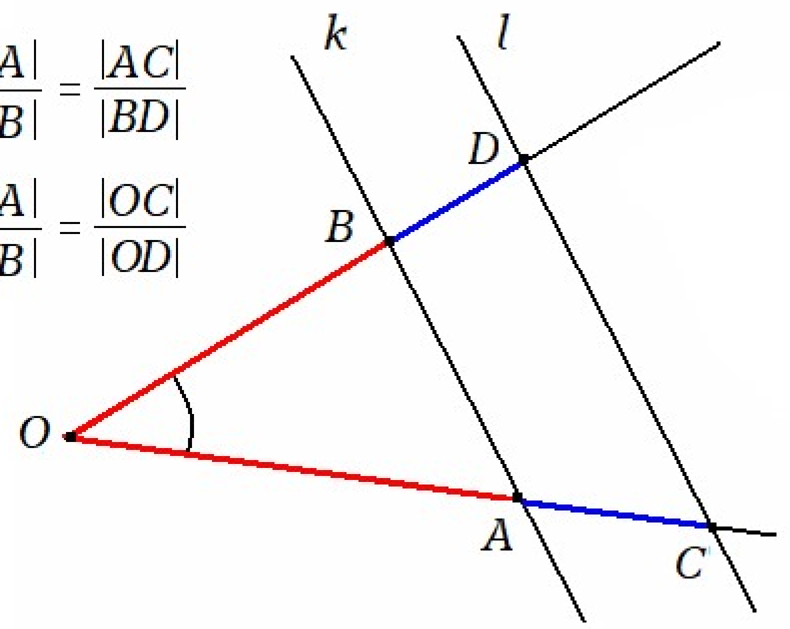
- średnica to odcinek, który dzieli okrąg na połowy,
- trójkąt równoramienny to taki w którym dwa kąty przy podstawie są równe,
- dwie linie przecinające się tworzą równe co do miary kąty przeciwległe.

Twierdzenie Talesa

Jeżeli kąt przetniemy prostymi równoległymi, to długości odcinków wyznaczonych przez te proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków na drugim ramieniu kąta.

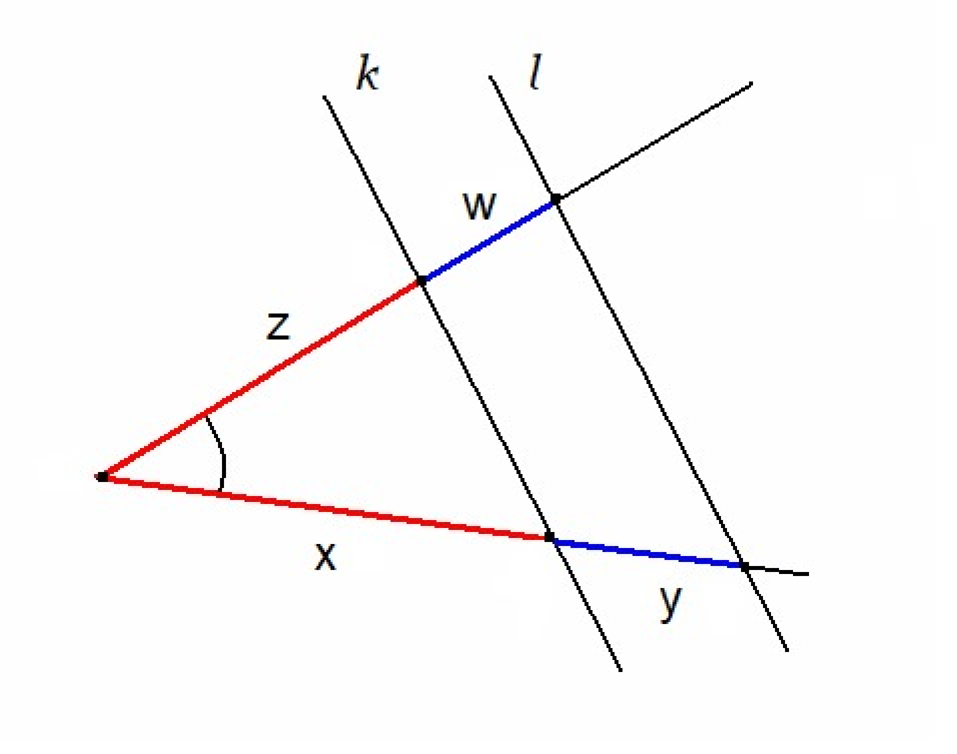
Jeżeli $k \| l$, to $\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{|AC|}{|BD|}$

oraz $\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{|OC|}{|OD|}$



Zastosowanie:

Oblicz x, gdy y=5, z=4, w=10 i $k \parallel l$.

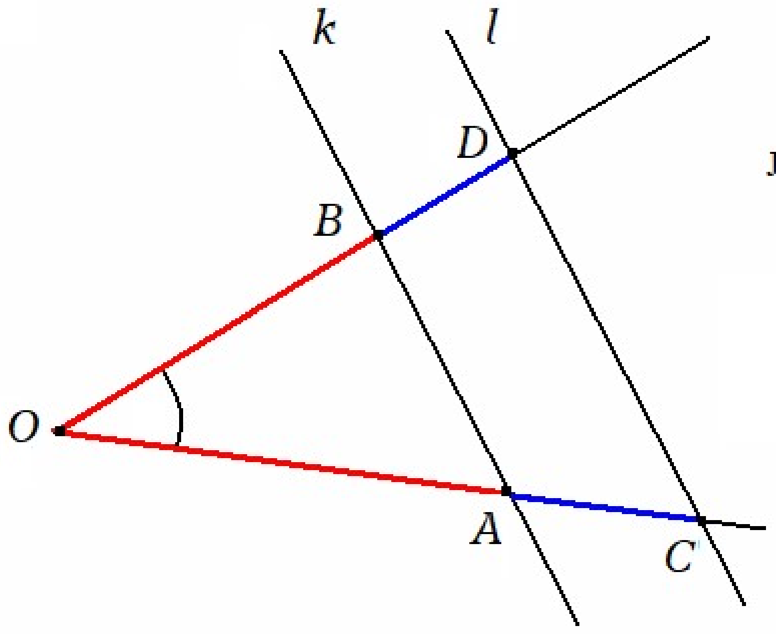


Jeśli $k \parallel l$, to z twierdzenia Talesa wynika, że zachodzi zależność

$$\frac{z}{x} = \frac{w}{y} \quad \text{zatem} \quad \frac{4}{x} = \frac{10}{5} \quad \text{stąd} \quad x = 2$$

Prawdziwe jest twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa

Jeżeli kąt przetniemy dwiema prostymi i długości odcinków wyznaczonych na jednym ramieniu są proporcjonalne do długości odpowiednich odcinków na drugim ramieniu, to proste są równoległe.



Jeżeli $\frac{|OA|}{|AC|} = \frac{|OB|}{|BD|}$,

to $k \parallel l$.

Zastosowania:

Zadanie 1

Ramiona kąta przecięto prostymi AB i CD. Sprawdź, czy proste te są równoległe jeśli |OA|=4, |AC|=7, |0B|=5 i |BD|=8.

(O to wierzchołek kąta, punkty A i C leżą na jednym ramieniu kąta, a B i D na drugim – tak jak na poprzednim rysunku)

Sprawdzamy, czy $\frac{|OA|}{|AC|} = \frac{|OB|}{|BD|}$?

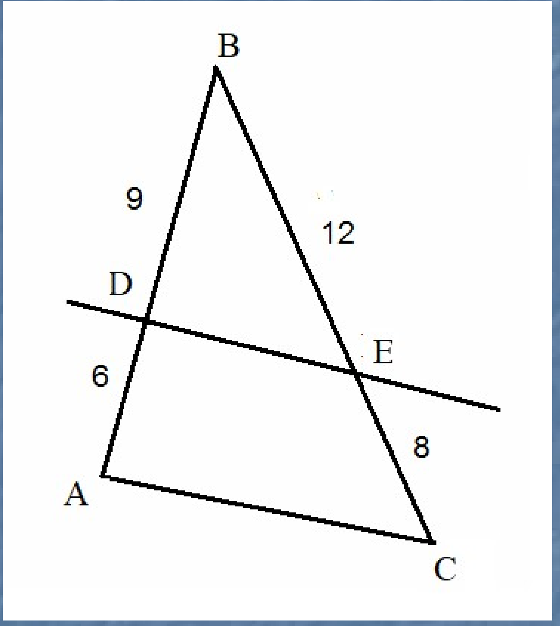
Czy $\frac{4}{7} = \frac{5}{8}$?

$4 \cdot 8 = 32$, a $5 \cdot 7 = 35$

Zatem proste nie są równoległe.

Zadanie 2

Trójkąt ABC przecięto prostą ED. Czy prosta ta jest równoległa do CA jeśli wiemy, że |DA|=6, |BD|=9, |BE|=12 I |EC|=8 ?



Sprawdzamy, czy zachodzi zależność

$$\frac{|BD|}{|DA|} = \frac{|BE|}{|EC|} \quad ?$$

$$\frac{|BD|}{|DA|} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \quad \text{i} \quad \frac{|BE|}{|EC|} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Zatem prosta ED jest równoległa do boku CA.

Wniosek z twierdzenie Talesa

Jeżeli kąt przetniemy prostymi równoległymi, to długości odcinków wyznaczonych przez te proste na jednym z ramion kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków leżących na tych prostych.