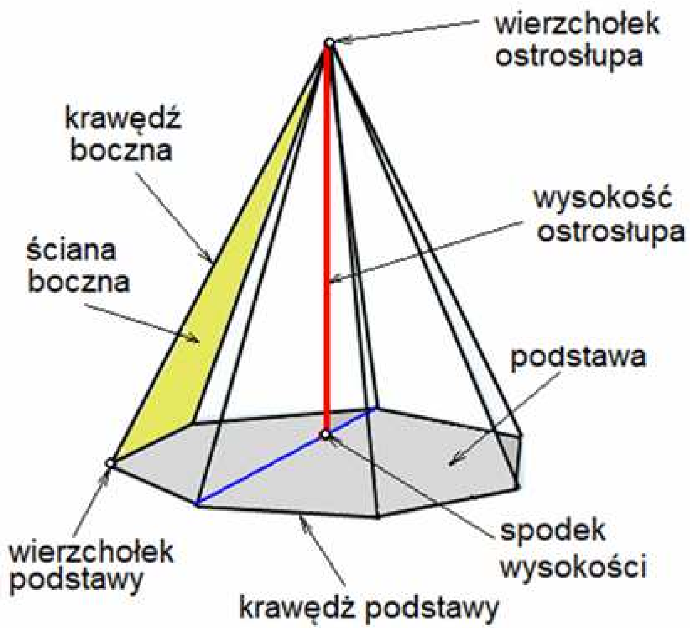
OSTROSŁUPY

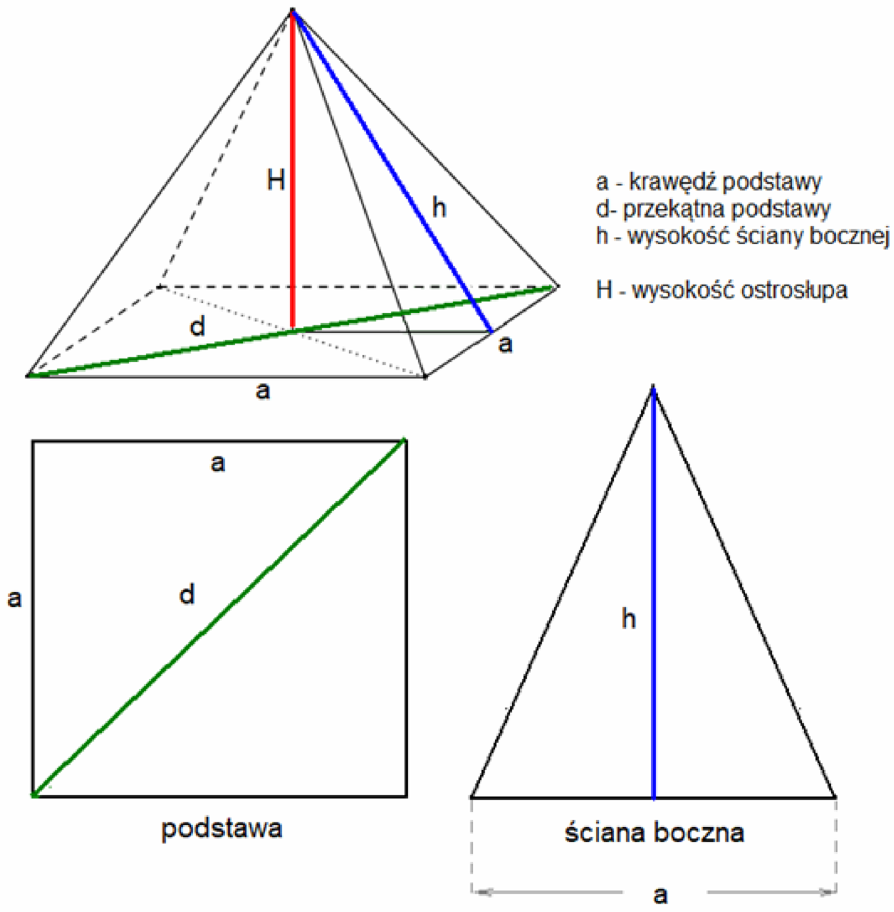
Ostrosłup – wielościan, którego jedna ściana (podstawa) to wielokąt, a pozostałe ściany (ściany boczne) to trójkąty o wspólnym wierzchołku.



Ostrosłup **prawidłowy** to ostrosłup, którego podstawą jest **wielokąt foremny**, a ściany boczne są przystającym trójkątami równoramiennymi.

OSTROSŁUP
PRAWIDŁOWY
CZWOROKĄTNY

podstawą jest kwadrat

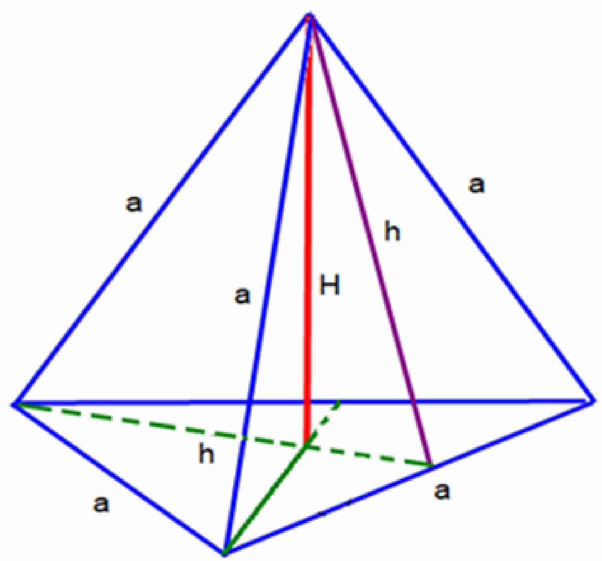


Ostrosłup o podstawie trójkąta nazywamy **czworościanem**.
Wszystkie ściany czworościanu są trójkątami.

Podstawą **czworościanu prawidłowego** jest **trójkąt równoboczny**.
Jeżeli jego ściany boczne są także trójkątami równobocznymi to taki ostrosłup nazywamy **czworościanem foremnym**.

CZWOROŚCIAN
FOREMNY

wszystkie ściany to
trójkąty równoboczne

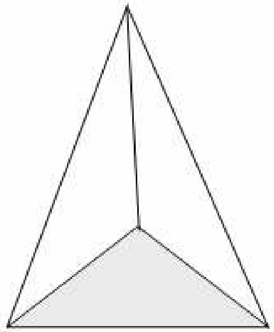


a - krawędź podstawy
i krawędź boczna

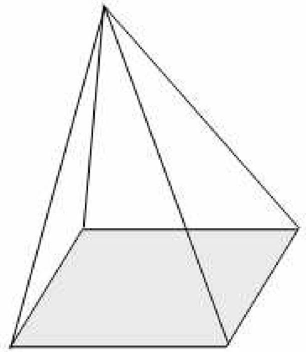
h - wysokość podstawy
i ściany bocznej

H - wysokość ostrosłupa

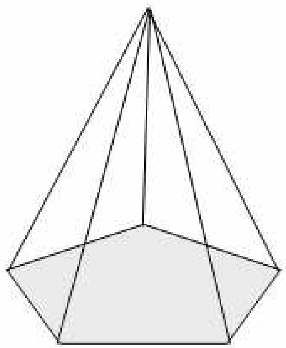
PRZYKŁADY
OSTROSŁUPÓW



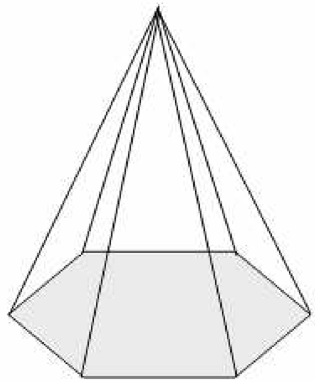
ostrosłup
trójkątny
CZWOROŚCIAN



ostrosłup
czworokątny



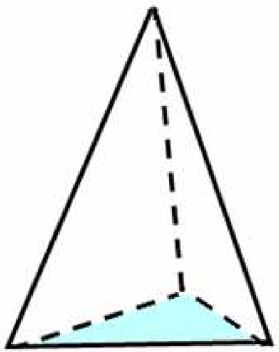
ostrosłup
pięciokątny



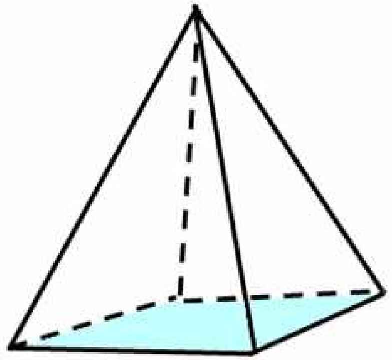
ostrosłup
sześciokątny

Jeżeli podstawą ostrosłupa jest n-kąt, to ostrosłup ten ma

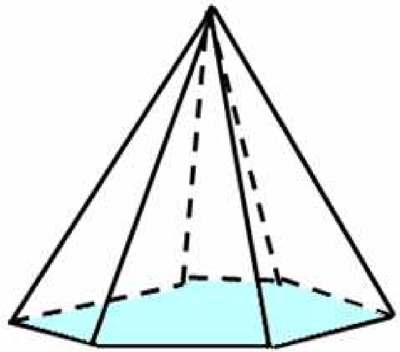
$n+1$ ścian
$2n$ krawędzi
$n+1$ wierzchołków



ostrosłup trójkątny



ostrosłup czworokątny



ostrosłup sześciokątny

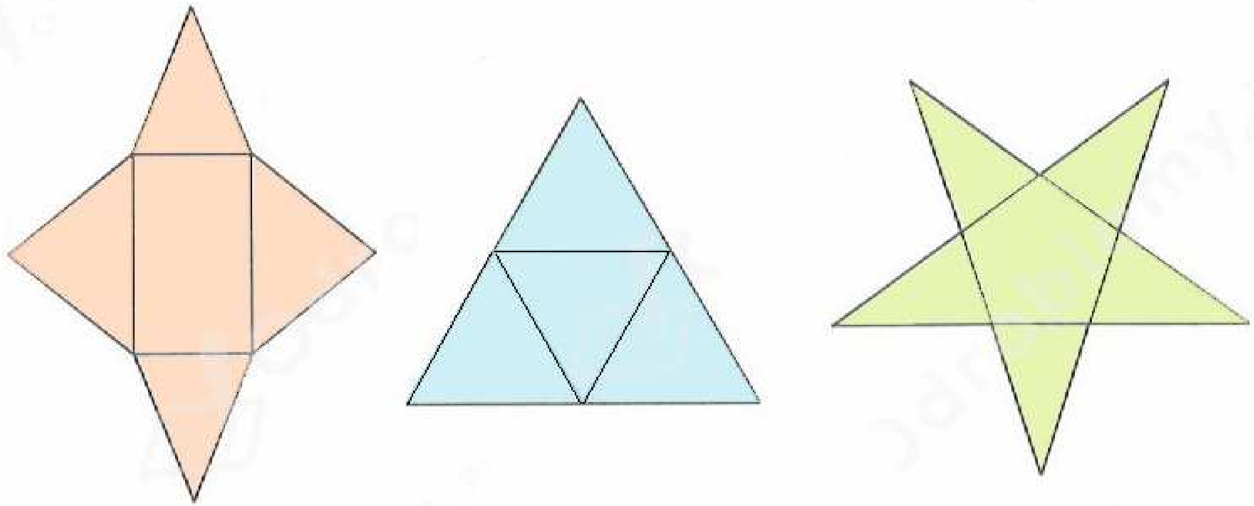
4 wierzchołki
6 krawędzi
4 ścian

5 wierzchołków
8 krawędzi
5 ścian

7 wierzchołków
12 krawędzi
7 ścian

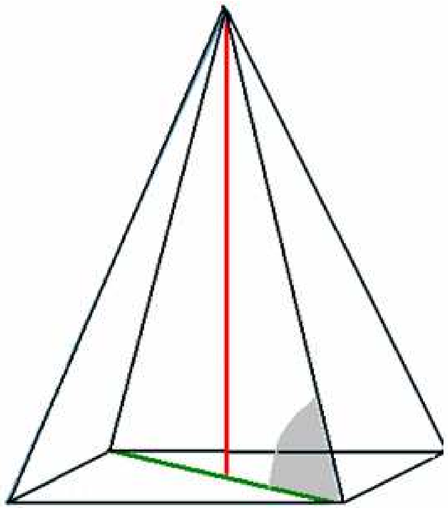
SIATKI OSTROSŁUPÓW

Siatka wielościanu – przedstawienie wielościanu na płaszczyźnie, powstające poprzez „rozcięcie” niektórych jego krawędzi tak, aby dało się rozłożyć ściany na płaszczyźnie.

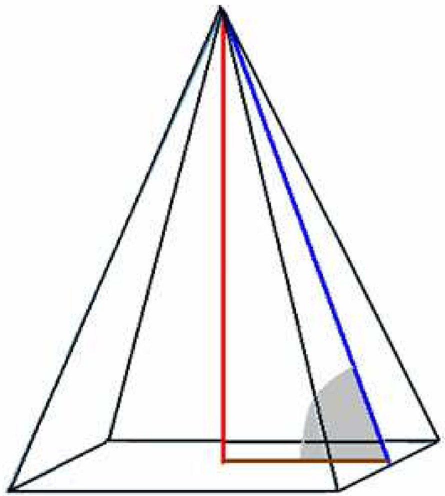


Po narysowaniu siatki na papierze, wycięciu i sklejeniu można stworzyć model.

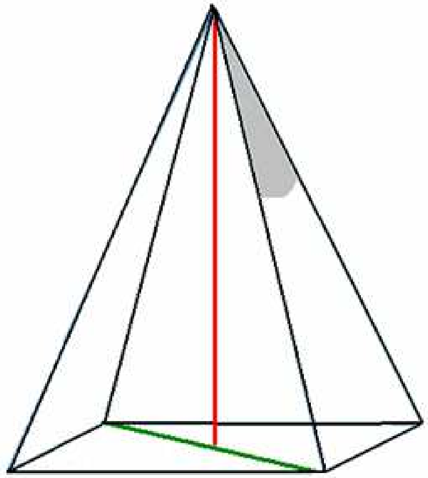
KĄTY W OSTROSŁUPACH *cz.1*



kąt między
krawędzią boczną
a podstawą

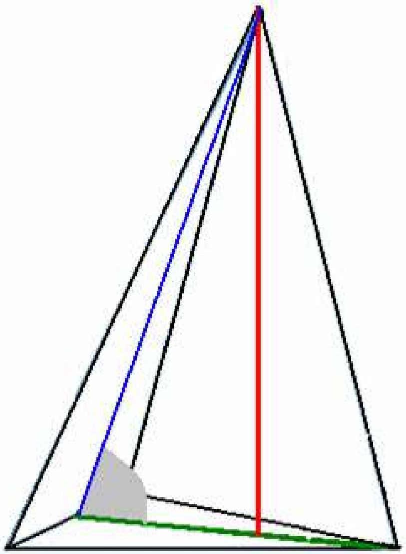


kąt między
ścianą boczną
a podstawą

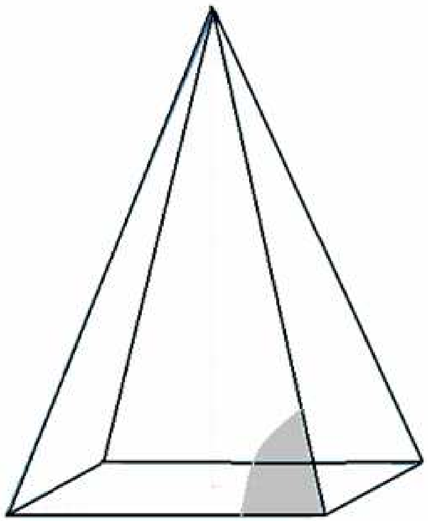


kąt między
krawędziami
bocznymi

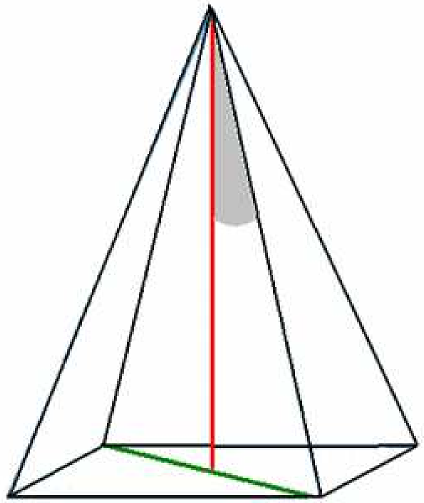
KĄTY W OSTROSŁUPACH *cz.2*



kąt między
ścianą boczną
a podstawą



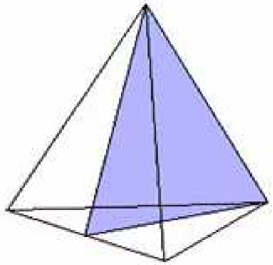
kąt między
krawędzią boczną
a krawędzią podstawy



kąt między
wysokością ostrosłupa
a krawędzią boczną

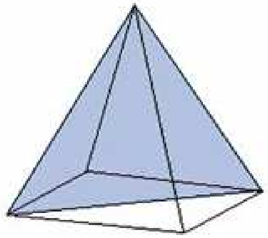
PRZEKROJE OSTROSŁUPA

ostrosłup
trójkątny



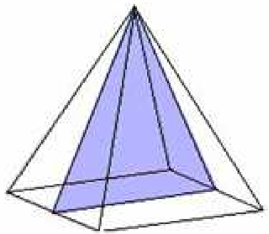
przekrój płaszczyzną zawierającą
krawędź boczną i wysokość podstawy

ostrosłup
czworokątny



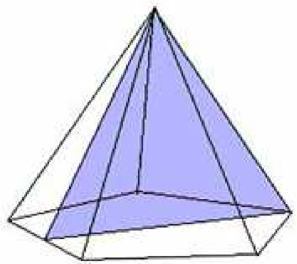
przekrój płaszczyzną zawierającą
przeciwległe krawędzie boczne

ostrosłup
czworokątny



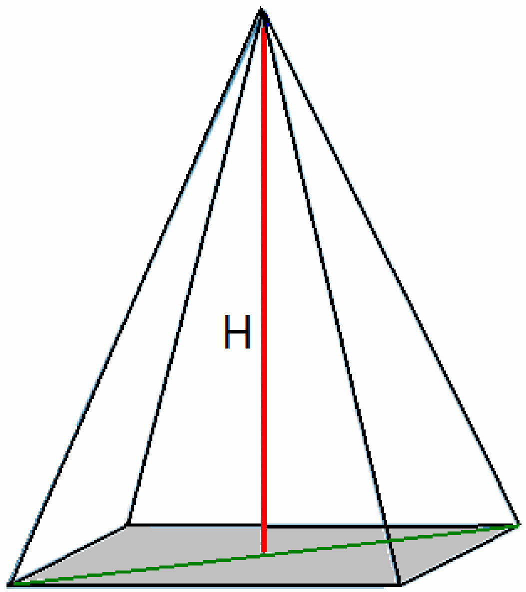
przekrój płaszczyzną zawierającą
wysokości przeciwległych ścian bocznych

ostrosłup
sześciokątny



przekrój płaszczyzną zawierającą
krawędź boczną i przekątną podstawy

OBJĘTOŚĆ I POLE POWIERZCHNI



Objętość

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

Pole powierzchni całkowitej

$$P_c = P_p + P_b$$

P_p pole podstawy

H wysokość ostrosłupa

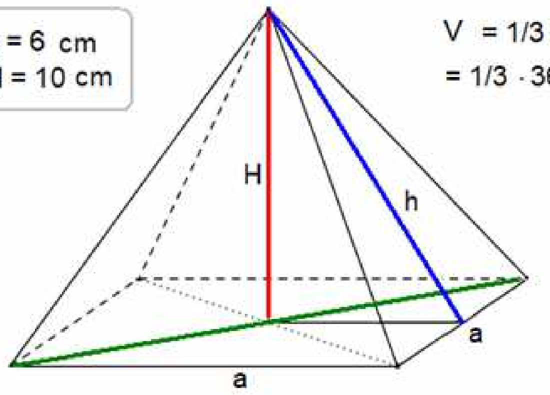
P_b pole powierzchni bocznej

P_c pole powierzchni całkowitej

PRZYKŁAD 1

OSTROSŁUP CZWOROKĄTNY PRAWIDŁOWY

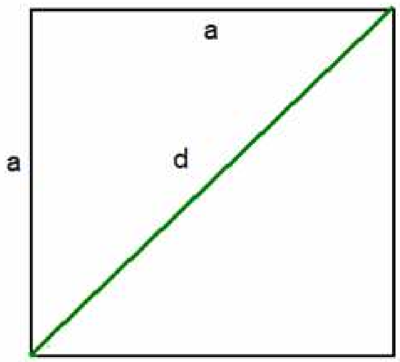
$a = 6$ cm
$H = 10$ cm

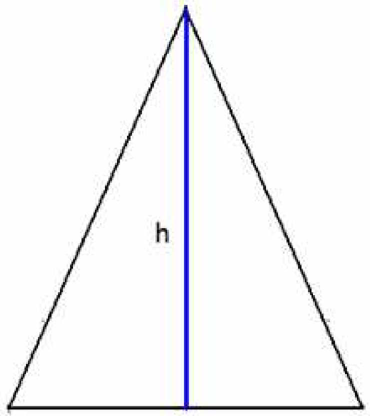


$V = 1/3 \cdot 6^2 \cdot 10 =$
$= 1/3 \cdot 360 = 120$ cm^3

z tw. Pitagorasa mamy

$h^2 = H^2 + (1/2 \cdot a)^2$
$h^2 = 100 + 9 = 109$
$h = \sqrt{109} \approx 10{,}44$ cm





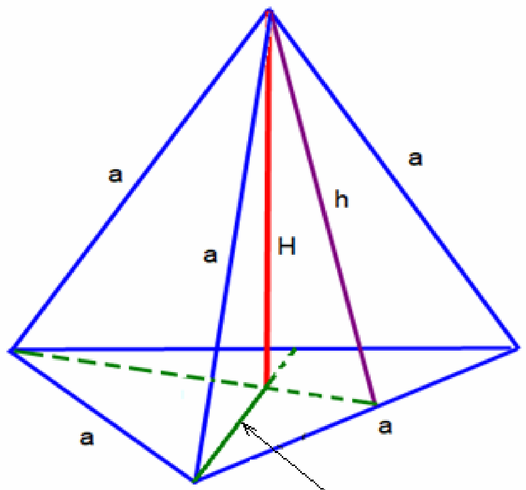
$P_p = a^2 = 36$ cm^2

$P_b = 4 \cdot (1/2 \cdot 6 \cdot 10{,}44) = 12 \cdot 10{,}44 = 125{,}28$ cm^2

$P_c = P_p + P_b = 36 + 125{,}28 = 161{,}28$ cm^2

PRZYKŁAD 2

CZWOROŚCIAN FOREMNY



Wysokość trójkąta równobocznego wynosi $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Wysokości trójkąta równobocznego przecinają się w stosunku 2 : 1

$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\,a\cdot h = \frac{1}{2}\,a\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Pole powierzchni całkowitej

$$P_c = 4\cdot P_{\triangle} = a^2\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{3}h = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

z tw. Pitagorasa mamy

$$H^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = a^2 - \frac{3a^2}{9} = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2}{3}a^2 \qquad \text{stąd} \quad H = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a$$

Objętość: $V = \frac{1}{3}H\cdot P_{\triangle} = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$